

# 타이어의 동적 특성을 반영한 종방향 타이어 강성계수 추정

도종용<sup>\*1)</sup> · 최세범<sup>1)</sup> · 현동윤<sup>2)</sup>

한국과학기술원 기계공학과 <sup>\*1)</sup> 현대자동차 사시제어개발팀<sup>2)</sup>

## Estimation of longitudinal tire stiffness coefficient reflecting the dynamic characteristics of tires

Jongyong Do<sup>\*1)</sup> · Seibum Choi<sup>1)</sup> · Dongyoon Hyun<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Mechanical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 291 Daehak-ro, Yuseong-gu, Daejeon 34141, Republic of Korea

<sup>2)</sup>Chassis System Control Development Team, Hyundai Motor Company, 150 Hyundaiyeonguso-ro, Namyang-eup, Hwaseung-si, Gyeonggi 18280, Republic of Korea

**Abstract** : 브레이크 시스템이 효율적으로 작동하기 위해서는 타이어와 노면 사이 마찰계수를 추정하는 것이 중요하며, 특히 마찰계수가 최대가 되도록 종방향 슬립을 조절할 수 있다면 최적의 제동 성능을 발휘할 수 있다. 종방향 타이어 강성계수를 알고 있다면 구동 및 제동 상황에서 마찰계수와 슬립의 관계를 조기에 알아낼 수 있다. 종방향 타이어 강성계수 추정에 관한 기존 연구들은 모두 정적 타이어 모델을 사용한다는 공통점이 있는데, 실제로는 타이어에 변형이 생길 때 즉각적으로 정상 상태에 도달하지 않고 동적인 특성을 나타낼 것이며 이에 따라 노면에 전달되는 힘에 지연 현상이 발생할 것이다. 본 연구에서는 타이어의 횡방향 변형에 대한 개념인 **relaxation length**를 종방향에 적용한 타이어 다이내믹스를 고려하여 종방향 타이어 강성계수 추정 성능을 향상시키고자 한다. 우선 차량 제동 실험을 통하여 타이어의 동적 특성에 의한 효과를 확인하였고, 타이어 브러쉬 모델을 바탕으로 타이어 동적 모델을 구성하였다. 이후 차량 동역학과 타이어 다이내믹스를 고려하여 종방향 타이어 강성계수를 추정하는 관측기를 설계하였다. 이때 휠의 슬립과 타이어에 작용하는 종방향 힘을 정확하게 추정하기 위해서 확장 칼만 필터를 활용하였다. 종방향 타이어 강성계수 추정 성능 검증은 시뮬레이션을 통하여 진행하였으며 기존 연구 방법으로 추정한 결과와 비교하였다.

**Key words** : Tire-road friction coefficient(타이어-노면 마찰계수), Longitudinal tire stiffness coefficient(종방향 타이어 강성계수), Tire dynamics(타이어 다이내믹스), Extended Kalman Filter(확장 칼만 필터)

### Nomenclature

$C_x$  : longitudinal tire stiffness,  $N$

$I$  : wheel inertia,  $kg \cdot m^2$

$\omega$  : wheel speed,  $rad/s$

$T$  : wheel torque,  $N \cdot m$

$R_e$  : tire effective rolling radius,  $m$

$m$  : vehicle mass,  $kg$

$b$  : air resistance related coefficient,  $N \cdot s^2/m^2$

$F_{rr}$  : rolling resistance,  $N$

$L$  : wheel base,  $m$

$D$  : vehicle width,  $m$

$h_{cg}$  : vehicle center of gravity height,  $m$

$F_x$  : tire longitudinal force,  $N$

$F_z$  : tire vertical load,  $N$

\* 도종용, E-mail: djy0129@kaist.ac.kr

## 1. 서론

차량은 타이어를 통해서만 노면과 상호작용을 할 수 있다. 타이어는 차량의 무게를 지탱하고 차량 운동을 제어하기 위한 수평 방향 힘을 발생시킨다. 이때 타이어가 전달할 수 있는 최대의 힘은 타이어-노면 최대 마찰계수로 결정된다. 타이어-노면 마찰계수는 적응형 순항 제어 장치(Adaptive Cruise Control, ACC), 잠김 방지 제동 장치(Anti-lock Braking System, ABS), 견인력 제어 장치(Traction Control System, TCS), 전자식 차체 자세 제어 장치(Electronic Stability Control, ESC) 등 차량의 능동적 안전 제어 부문에서 특히 중요하다. 마찰에 대한 정보를 모른다면 이러한 제어 장치들을 보수적으로 운용할 수밖에 없고, 최적의 제동 성능을 발휘시키기 어렵기 때문이다. 타이어-노면 마찰계수 추정에 관한 연구 중 대표적인 방법은 마찰계수와 종방향 슬립 간의 관계를 이용하는 것이다. 종방향 슬립은 구동 상황에서 구동륜과 비구동륜의 각속도 차이로 구할 수 있으며 일반적으로 종방향 슬립에 종방향 속도를 나눈 종방향 슬립 비율을 사용한다. 마찰계수와 종방향 슬립율은 슬립이 작을 때 선형관계라고 가정할 수 있고 이때 비례상수를 종방향 타이어 강성계수라고 한다. 양산 차량에 내장되어있는 센서들은 정확도가 낮고 노면 잡음에 의한 영향을 많이 받아서 종방향 타이어 강성계수의 추정 성능을 보장하기 어렵다.<sup>1)</sup>

선행 연구들은 정적 타이어 모델을 활용한다는 공통점이 있다.<sup>2)~5)</sup> 하지만 실제로는 타이어에 변형이 생길 때 즉각적으로 정상 상태에 도달하지 않고 동적인 특성을 나타낼 것이며 이에 따라 노면에 전달되는 힘에 지연 현상이 발생할 것이다. 종방향 타이어 다이내믹스는 relaxation length<sup>6)~7)</sup>의 개념을 이용하여 모델링 할 수 있으며 본 연구에서는 이와 같은 타이어의 동적 특성을 고려하여 실시간 종방향 타이어 강성계수 추정 성능을 향상시키고자 한다.

## 2. 타이어 동적 특성 모델링 및 검증

타이어에 종방향 힘이 가해지면 카카스 강성에 따라 타이어 측면부인 사이드월(Sidewall)의 변화가 일어나지만, 정적 타이어 모델은 이런 부분들을 고려하지 않는다. 따라서 카카스의 강성<sup>8)</sup>을 고려하여 타이어의 동적 특성을 분석하고 검증하고자 한다.

### 2.1 타이어 동적 특성 모델링

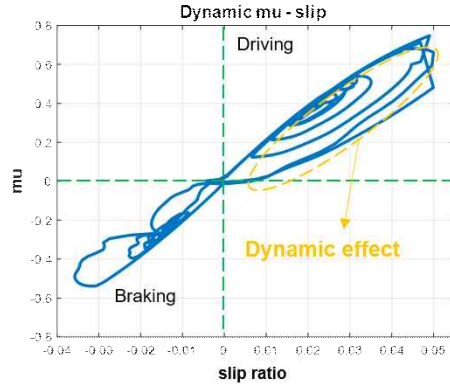


Fig. 1 타이어 동적 특성에 의한 효과

정적 타이어 모델에서는 발생하는 힘은 변형이 생기는 즉시 발생하는 것으로 가정하는데, 실제로는 타이어가 강체가 아니므로 동적 특성이 존재한다.<sup>9)</sup> (Fig. 1) 차량 구동 및 제동 상황에서 카카스에 종방향 변형이 생기므로 휠에서 나타나는 슬립과 노면과 맞닿아 있는 트레드에서 발생하는 슬립에 차이가 발생한다.

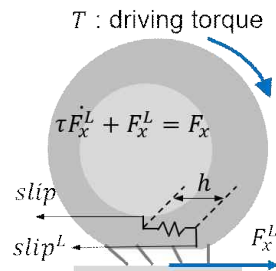


Fig. 2 타이어 카카스 컴플라이언스 모델

위 Fig. 2에서 카카스에 나타나는 변형을  $h$ 라고 하면 종방향 변형율은 휠 슬립 속도와 트레드 부분에서 나타나는 슬립 속도의 차이로 나타낼 수 있다.

종방향 힘은 두 가지로 정의할 수 있다. 첫 번째로는 슬립에 비례하는 특성을 통해 종방향 타이어 강성계수와 슬립율의 곱으로 표현할 수 있고, 두 번째로는 타이어의 종방향 변형에 비례하는 특성을 통해 종방향 카카스 강성계수와 카카스 변형 길이의 곱으로 나타낼 수 있다. 이러한 관계를 종합하여 카카스에 나타나는 종방향 변형율을 나타내면 변형에 대한 1차 미분방정식을 구할 수 있다. 그리고 변형에 종방향 카카스 강성계수를 곱하면 종방향 힘에 대한 1차 미분방정식을 도출할 수 있다.<sup>10)</sup>

$$\frac{dh^L}{dt} = slip - slip^L \quad (1)$$

카카스 변형률  $\frac{dh^L}{dt}$  는 휠의 슬립 속도 slip과 타이어의 슬립 속도  $slip^L$ 의 차이로 나타난다. 즉 휠이 회전하는 속도와 차량이 나아가는 속도의 차이에 해당하는 휠 슬립(slip)과 노면과 접지해있는 타이어가 회전하는 속도와 차량이 나아가는 속도의 차이에 해당하는 타이어 슬립( $slip^L$ )의 차이에 해당하는 만큼 타이어의 사이드월(Sidewall)에 변형이 생기는 것이다. slip은 휠에 나타나는 슬립 속도로 시간 지연 없이 나타나며,  $slip^L$ 은 카카스 강성에 의한 동적 특성이 포함된 슬립 속도로 시간 지연(Lag) 효과가 포함되어 있다.

$$F_x^L = C_x \lambda^L, \lambda^L = \frac{slip^L}{V_x} \quad (2)$$

타이어에 가해지는 종방향 힘은 종방향 타이어 강성계수  $C_x$ 와 종방향 슬립율  $\lambda$ 의 곱으로 나타낼 수 있다. 위의 식 (2)에서  $F_x^L$ 은 카카스 강성(Carcass stiffness)에 의해 시간 지연(Lag)이 나타나는 종방향 힘이며 이는 타이어의 동적 특성이 포함된  $slip^L$ 을 차량 종방향 속도  $V_x$ 로 나눈 슬립율  $\lambda^L$ 과 종방향 타이어 강성계수  $C_x$ 의 곱으로 나타낼 수 있다. 즉, 종방향 힘은 종방향 슬립율에 비례한다는 것인데, 이는 슬립율이 작은 구간에 대해서만 성립하며 슬립이 많이 발생하는 비선형 구간에서는 성립하지 않는다.

$$F_x^L = K_x h^L \quad (3)$$

타이어 종방향 힘은 타이어 카카스의 종방향 강

성계수  $K_x$ 와 카카스 변형  $h$ 의 곱으로도 표현할 수 있다. 식 (3)도 식 (2)와 마찬가지로 시간 지연(Lag)이 나타나는 종방향 힘  $F_x^L$ 을 종방향 카카스/사이드월(Carcass/sidewall)  $K_x$ 와 타이어의 동적 특성으로 인한 시간 지연 효과가 포함된 카카스 변형  $h^L$ 의 곱으로 표현할 수 있다.

위의 식 (2), (3)을 연립하고 시간 지연 슬립율  $\lambda^L = \frac{slip^L}{V_x}$ 의 정의를 이용하면  $\lambda^L = \frac{K_x}{C_x} h^L = \frac{slip^L}{V_x}$ 이다. 이를 식 (1)에 대입하고 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{dh^L}{dt} + \frac{K_x}{C_x} V_x h^L = slip \quad (6)$$

$$\text{Let } \sigma = \frac{C_x}{K_x} : \text{relaxation length}$$

$$\frac{\sigma}{V_x} \frac{dh^L}{dt} + h^L = \frac{C_x}{K_x} \frac{slip}{V_x} = \frac{C_x \lambda}{K_x} = \frac{F_x}{K_x}$$

카카스 변형  $h$ 에 관한 1차 미분방정식에서  $\sigma$ 는 종방향 타이어 강성계수에 종방향 카카스 강성계수를 나눈 값으로 relaxation length로 정의한다. relaxation length는 물리적으로 타이어의 변형이 시작되어 정상 상태(steady state)에 이르기까지 차량의 종방향 변위를 의미한다. relaxation length를 차량의 속도로 나누면 1차 미분방정식에서 시간 상수(time constant)를 의미하며 이는 타이어 카카스 변형이 시간 상수의 스케일에 따라 지연되어 나타남을 의미한다. relaxation length  $\sigma = \frac{C_x}{K_x}$ 에서 카카스의 강성계수  $K_x$ 는 타이어 고유의 특성이므로 상수라고 생각할 수 있고 종방향 타이어 강성계수  $C_x$ 는 노면에 따라 휠 슬립에 대한 종방향 힘의 관계가 달라지므로 변수이다. 따라서 위의 1차 미분 방정식에서 시간상수  $\tau = \frac{\sigma}{V_x}$  이고 이는 타이어-노면 특성과 차량의 종방향 속도에 따라 가변된다. 위의 식 (6)을 시간 상수를 이용하여 간략화하면 아래 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau \frac{dh^L}{dt} + h^L = \frac{F_x}{K_x}, \quad \tau = \frac{\sigma}{V_x} \quad (7)$$

위 식 양변에 타이어 카카스의 종방향 강성계수  $K_x$ 를 곱하면 식 (3)에 따라 종방향 힘에 대한 다이나믹스를 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\tau \frac{dF_x^L}{dt} + F_x^L = F_x, \quad \tau = \frac{\sigma}{V_x} \quad (8)$$

위의 종방향 힘에 대한 1차 다이나믹스는 구동 및 제동 상황에서 종방향 힘이 즉각적으로 전달되지 않고 지연됨을 나타낸다. 따라서 정적 타이어 모델만을 이용하여 노면 마찰계수와 종방향 슬립율의 그래프에 대해 초반 기울기를 구하게 되면 힘의 지연 효과를 고려하지 못하고 분산이 큰 데이터들을 그대로 사용하기 때문에 오차가 크게 나타날 것으로 예상할 수 있다.

## 2.2 차량 제동 실험을 통한 모델링 검증

차량을 이용한 원리 시험을 통해 제동 상황에서 타이어의 동적 특성을 분석하였다. 휠 포스 트랜스듀서(Wheel Force Transducer)를 이용하여 타이어에 걸리는 종방향 힘과 수직하중을 측정하여 마찰계수를 계산하였고, 차량의 종방향 속도와 구동륜의 각속도를 측정하여 종방향 슬립율을 계산하였다. 시험 시나리오는 70km/h의 속도로 직진 주행하는 차량이 0.7g 정도로 급감속 하는 상황으로 설정하였다. 실험에 사용된 차량은 전륜 구동 방식이다. 종방향 힘과 슬립율 사이의 전달함수는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{F_x^L(s)}{\lambda(s)} = \frac{C_x}{\frac{\sigma}{V_x}s + 1} \quad (9)$$

$F_x$ 와  $\lambda$ 의 측정값을 이용하여 전달함수를 구하였고, relaxation length  $\sigma$ 를 계산한 결과  $\sigma = 0.5m$ 로 나타났다. 그리고 속도에 따라 가변되는 시간 상수  $\tau = \frac{\sigma}{V_x}$ 를 이용하여 마찰계수(종방향 힘) 데이터를 보정하였다.

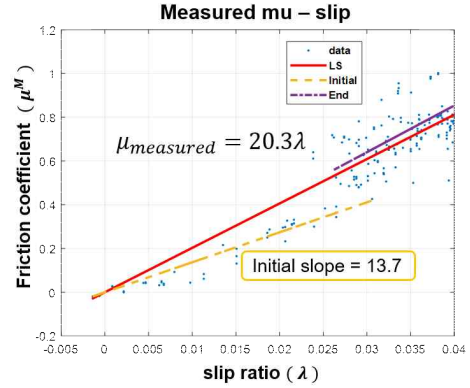


Fig. 3 기존의 정적 모델을 활용한 추정 결과

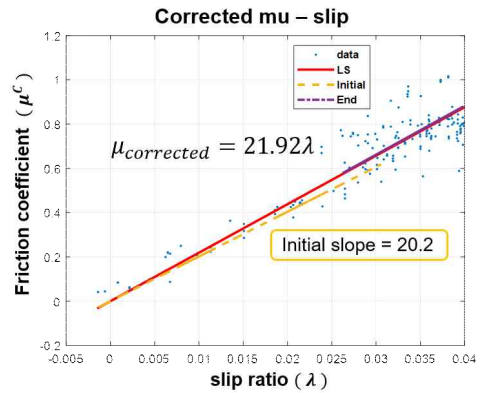


Fig. 4 타이어 다이나믹스를 이용하여 보정한 추정 결과

슬립이 작은 구간에 대해서 초반 기울기를 구하여 종방향 타이어 강성계수  $\overline{C_x}$ 를 구하고자 하였고, 이때 최소제곱법을 이용한 선형 회귀의 방법을 이용하였다. ( $C_x$ 에 타이어 수직하중을 나눠줘서 normalization 한 값이  $\overline{C_x}$ 이다.)

Fig. 3에서 타이어 다이나믹스가 나타나는 과도 응답 구간의 데이터가 추정된 선형 그래프 아래에 위치하는 것을 확인할 수 있다. 이는 앞서 언급한 타이어 다이나믹스 모델링 결과와 같이 동적 특성에 의한 시간 지연(Lag effect)으로 인한 현상이다.

Fig. 4를 보면 보정한 결과가 선형 회귀로 추정된 직선에 대한 데이터 수렴성이 높아진 것을 확인할 수 있다. 그리고 정규화된 종방향 타이어 강성계수 추정값이 보정 전후 20.3에서 21.92로 7.98% 증가하였다. 이는 앞서 타이어의 동적 특성을 고려하면 추정값이 상승할 것이라고 예상했던 결과와도 일치한

다. 타이어 다이내믹스를 고려하기 전에는 추정된 직선에 대한  $R^2$  값이 0.827이었지만, 다이내믹스를 고려하여 마찰계수를 보정한 후 추정된 직선에 대한  $R^2$  값을 구한 결과 0.853으로 약간 더 크게 나타났다. 그리고 평균 제곱근 오차(Root mean square error)도 0.1065에서 0.0859로 감소하여 데이터 피팅 오차(Data fitting error)가 줄어든 것을 알 수 있다. 이렇게 저슬립 구간에서부터 타이어 강성계수를 정확하게 추정할 수 있다면 정상 상태일 때의 상황을 조기에 예측하여 대응할 수 있을 것으로 전망하였다.

### 3. 종방향 타이어 강성계수 실시간 추정

노면 마찰계수 추정에 관한 연구에서는 일반적으로 휠 다이내믹스와 종방향 차량 다이내믹스 두 가지를 활용하며 본 연구에서는 추가적으로 타이어 다이내믹스를 고려하여 총 3가지의 다이내믹스를 사용하였다. 이 과정에서 차량 질량, 축거, 윤거, 공기저항 관련 계수와 같은 차량 제원과 관련된 정보와 차량의 무게중심 정보는 알고 있다고 가정하였다.<sup>11)</sup>

#### 3.1 관측기 설계

$$\dot{\omega} = \frac{T - R_c F_x - M}{I} \quad (10)$$

$$m \dot{V}_x = 2F_x - bV_x^2 - F_{rr} \quad (11)$$

$$\tau \frac{dF_x^L}{dt} + F_x^L = F_x \quad (12)$$

위의 식 (10) - (12)는 순서대로 휠 다이내믹스, 차량 종방향 다이내믹스, 타이어 다이내믹스를 나타낸 것이다. 이 식들을 이용하여 아래 식 (13)과 같이 타이어-노면 마찰계수와 휠 슬립율을 계산한다.

$$\mu = \frac{F_x}{F_z} = \bar{C}_x \lambda, \quad \lambda = \frac{R_c \omega - V_x}{V_x} \quad (13)$$

이때 타이어에 걸리는 수직하중  $F_z$ 는 차량의 가속도에 따른 하중 이동을 고려하여 나타낸다. 식 (14)는 차량의 전륜 오른쪽 휠 타이어에 걸리는 수직하중을 나타낸 것이다.

$$F_{z,FR} = mg \left( \frac{l_r}{L} - \frac{h_{cg}}{Lg} a_x \right) \frac{d_l}{D} - \frac{bV_x^2}{L} \quad (14)$$

차량 무게 중심 위치에 관한 정확한 의미는 아래 그림(Fig. 5)을 통해 나타내었다. 종방향 타이어 강성계수 값은 하중 이동에 따라 변화하므로 본 연구에서는 종방향 타이어 강성계수를 수직하중으로 나누어 정규화한 값( $\bar{C}_x$ )을 사용하였다.

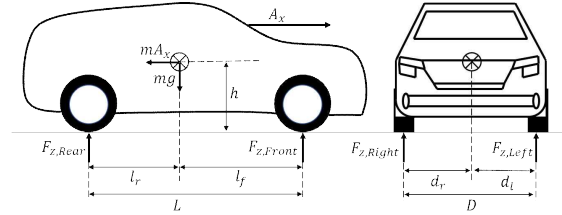


Fig. 5 차량 제원을 나타낸 측면도 및 정면도

앞에서 언급한 세 가지 다이내믹스를 활용하여 플랜트 모델링을 진행하였다. 비선형인 시스템으로 모델링이 되며 상태들은 종방향 타이어 강성계수  $\bar{C}_x$ , 타이어 다이내믹스를 고려하여 보정된 타이어-노면 마찰계수  $\mu^C$  (Corrected  $\mu$ ), 측정값을 이용하여 다이내믹스를 고려하지 않고 계산한 타이어-노면 마찰계수  $\mu^M$  (Measured  $\mu$ ) 세 개로 3차 플랜트 모델을 구성하였다. 타이어-노면 마찰계수  $\mu^M$ 은 타이어에 걸리는 종방향 힘  $F_x$ 를 타이어에 가해지는 수직하중  $F_z$ 로 나눈 값이다. 종방향 힘  $F_x$ 는 휠 다이내믹스를 통해 휠에 가해지는 토크값으로부터 구하며 수직하중  $F_z$ 는 차량 가속도에 따른 하중 이동을 고려하여 계산하였다. 센서를 이용하여 측정하는 출력값은 휠 슬립율  $\lambda$ 와 타이어-노면 마찰계수  $\mu^M$  (다이내믹스 고려하지 않음)이다.

휠 슬립율  $\lambda = \frac{R_c \omega - V_x}{V_x}$ 에서 타이어 유효 회전 반경  $R_c$ 는 차량이 등속도로 운동하여 휠 슬립이 매우 작게 나타날 때  $V_x = R_c \omega$ 의 관계를 만족하도록 계산하였다. 시스템 형태는 식 (15), (16)과 같다.

$$\dot{x} = f(x) + w \quad y = h(x) + v \quad (15)$$

$$x = \begin{bmatrix} C_x \\ \mu^C \\ \mu^M \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu^M \end{bmatrix} \quad (16)$$

위의 시스템에서 설정한 상태들을  $x$ 로 표현하여  $x_1 = \bar{C}_x$ ,  $x_2 = \mu^C$ ,  $x_3 = \mu^M$ 라고 하면,  $f(x)$ 와  $h(x)$ 는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_x V_x}{F_x} \frac{x_2 - x_3}{x_1} \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

모델링한 시스템은 위 식 (17)과 같이 비선형이므로 실시간으로 칼만 이득을 갱신하고 오차 공분산을 계산하는 확장 칼만 필터를 적용하기 위해서는  $f(x)$ 와  $h(x)$ 를 선형화(Linearization)해야 한다.  $F$ ,  $H$  행렬은 각각 비선형인  $f(x)$ 와  $h(x)$ 에 대한 자코비안(Jacobian)으로 선형화(Linearization)한 행렬을 의미한다.<sup>12)</sup>

$$F = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -C_1 \frac{x_2 - x_3}{x_1^2} & \frac{C_1}{x_1} & -\frac{C_1}{x_1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$C_1 = \frac{K_x V_x}{F_x} \quad A = I + F \times T$$

$$H = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{x_1^2} & \frac{1}{x_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$F$ 는  $f(x)$ 의 자코비안,  $I$ 는 단위행렬(3차)이며 행렬  $A$ 는 행렬  $F$ 를 샘플링 시간 간격  $T$ 로 이산화한 행렬이다. 행렬  $A$ 와  $H$ 는 샘플링 매 스텝(Step)마다 오차 공분산(Error covariance matrix)을 계산하고 칼만 이득(Kalman gain)을 갱신할 때 쓰이며 확장 칼만 필터의 알고리즘은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= f(\hat{x}_{k-1}) \\ P_k^- &= AP_{k-1}A^T + Q \\ K_k &= P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-)) \\ P_k &= P_k^- - K_k HP_k^- \end{aligned} \quad (19)$$

$P$ 는 오차 공분산이며 추정값의 정확도에 대한 척도이며  $K$ 는 칼만 이득으로 추정값을 계산하는 가중치로 알고리즘을 반복하면서 매번 조정된다.

'-'는 예측값을 의미하며 '^'만 있으면 추정값을 의미한다.

### 3.2 시뮬레이션을 통한 종방향 타이어 강성계수 추정 성능 검증

시뮬레이션은 실제 차량의 거동을 잘 반영하고 있는 카심(Carsim)을 이용하여 진행하였다. 시뮬레이션에 쓰인 차량은 전륜 구동이며 추정 로직에서 필요한 차량 제원들은 모두 안다고 가정하였다. 시뮬레이션 시나리오는 평지에서 직진 주행을 하는 차량에 구동 토크를 가해서 운동방향으로 가속을 하는 상황이며 노면의 최대 마찰계수는 1로 설정하였다. 샘플링 시간은 10ms이며 가속도의 크기는 0.15g(약 1.5m/s<sup>2</sup>)로 일정하게 유지한다.

추정값에 대한 잡음은 차량 실험 데이터를 기반으로 최대 오차율을 정하여 백색 잡음(White noise)의 형태로 가해주었다. 휠 각속도와 차량 속도에는 최대 오차 1% 내외, 차량 가속도에는 최대 오차 5% 내외 임의의 백색 잡음을 적용하였다. 아래 그래프는 3.1절에서 설계한 확장 칼만 필터를 이용하여 종방향 타이어 강성계수를 추정한 결과이다.

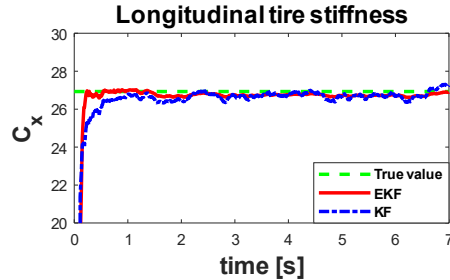


Fig. 6 종방향 타이어 강성계수 추정 결과

위 그래프 Fig. 6에서 KF가 다이내믹스를 고려하지 않고 선형 시스템에 대해 칼만 필터를 적용시켜 종방향 타이어 강성계수를 추정한 결과<sup>13)</sup>이다. 참값에 대한 오차 범위가 -2.3 ~ +1.56%로 다이내믹스를 고려한 EKF의 경우보다 크게 나타났고, 가속 후 0.55초가 지나야 추정값에 수렴하여 추정하는데 걸린 시간이 두 배 이상이다.(다이내믹스를 고려한 경우는 가속 후 0.2초가 지났을 때부터 추정값에 수렴한다.) 다이내믹스의 여부를 제외하고는 같은 방법을 이용하여 구했음에도 다이내믹스를 고려한 결과가 고려하지 않은 결과에 비해 추정 정확도도 높았고 수렴 속도 또한 빨라서 성능이 향상된 것을 확인할 수 있다.

## 4. 결론

기존 연구들에서는 휠 다이내믹스와 종방향 차량 다이내믹스를 이용하여 차량단에서만 종방향 타이어 강성계수를 추정하였다면 본 연구에서는 타이어 다이내믹스를 추가하여 추정 성능을 향상시키고자 하였다. 세 가지 다이내믹스를 활용하여 3차인 플랜트를 모델링하였고 시스템의 형태가 비선형이고 시스템이 실시간으로 바뀌는 특성에 주목하여 관측기로는 확장 칼만 필터를 사용하였다. 확장 칼만 필터를 사용함으로써 휠 슬립을 잡음을 효과적으로 제거할 수 있다는 이점도 얻을 수 있다. 시뮬레이션을 통해 확장 칼만 필터를 이용한 종방향 타이어 강성계수 추정 성능을 확인하고 타이어 다이내믹스를 고려하지 않는 방법들과 비교해 보았다. 그 결과 타이어 다이내믹스를 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 가속 초기에 종방향 타이어 강성계수 빠르게 추정하였고, 수렴성 또한 우수하게 나타났다.

## 후 기

본 논문은 현대자동차의 지원으로 작성되었습니다.

## References

- 1) C. R. Carlson and J. C. Gerdes, "Consistent nonlinear estimation of longitudinal tire stiffness and effective radius," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1010 - 1020, 2005.
- 2) E. Bakker, L. Nyborg, and H. B. Pacejka, "Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies," *SAE Transactions*, pp. 190 - 204, 1987.
- 3) M. Kissai, B. Monsuez, A. Tapus, and D. Martinez, "A new linear tire model with varying parameters," in *2017 2nd IEEE International Conference on Intelligent Transportation Engineering (ICITE)*. IEEE, 2017, pp. 108 - 115.
- 4) K. B. Singh and S. Taheri, "Estimation of tire - road friction coefficient and its application in chassis control systems," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 39 - 61, 2015.
- 5) K. Han, Y. Hwang, E. Lee, and S. Choi, "Robust estimation of maximum tire-road friction coefficient considering road surface irregularity," *International journal of automotive technology*, vol. 17, no. 3, pp. 415 - 425, 2016.
- 6) V. V. Vantsevich and J. P. Gray, "Relaxation length review and time constant analysis for agile tire dynamics control," in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, vol. 57106. American Society of Mechanical Engineers, 2015, p. V003T01A038.
- 7) E. Lee, J. Lee, and S. B. Choi, "String tyre model for evaluating steering agility performance using tyre cornering force and lateral static characteristics," *Vehicle system dynamics*, vol. 55, no. 2, pp. 231 - 243, 2017.
- 8) G. Mavros, "Contact mechanics of tyre - road interactions and its role in vehicle shuffle," in *Tribology and Dynamics of Engine and Powertrain*. Elsevier, 2010, pp. 703 - 734.
- 9) C. Clover and J. Bernard, "Longitudinal tire dynamics," *Vehicle system dynamics*, vol. 29, no. 4, pp. 231 - 260, 1998.
- 10) G. Rill, "First order tire dynamics," in *Proceedings of the III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering*, Lisbon, Portugal, vol. 58, 2006.
- 11) R. Rajamani, *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media, 2011.
- 12) D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- 13) F. Gustafsson, "Slip-based tire-road friction estimation," *Automatica*, vol. 33, no. 6, pp. 1087 - 1099, 1997.