

# 굴절버스의 진동특성 분석 및 모델링

고건희<sup>1)</sup>, 최세범<sup>\*1)</sup>

한국과학기술원 기계공학과<sup>1)</sup>

## Vibration Analysis and Modeling of Articulated Bus

Geonhee Ko<sup>1)</sup> · Seibum Choi<sup>\*1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Mechanical Engineering, KAIST, Daejeon 34141, Korea

**Abstract** : 전세계적으로 자율주행 자동차를 개발하기 위한 연구를 진행하고 있으며, 이와 더불어 자율주행 굴절버스에 대한 요구도 증가하는 추세이다. 자율주행을 위해서는 차량의 동적인 거동 특성 및 한계를 정확히 알아야 할 필요가 있으며, 이를 위해서는 차량의 질량 정보가 필수적이다. 굴절버스의 경우 자율주행을 위해서는 전량과 후량의 개별 질량 추정이 필요하다. 일반 차량의 경우, 기존에 개발된 여러 방법들을 통해 질량 추정이 가능하다. 그러나, 기존의 일반 차량을 대상으로 개발된 질량 추정 방법으로는 굴절버스의 전체 질량은 추정 가능하지만, 시스템의 특성으로 인해 개별 질량 추정이 불가능하다. 따라서, 본 논문에서는 굴절버스의 종방향 가속도에서 발견한 진동 특성을 분석하여 진동의 원인을 규명하였으며, 이러한 특성을 반영하여 굴절버스 모델을 제안하였다.

**Key words** : articulated bus(굴절버스), bi-modal tram(바이 모달 트램), vibration(진동), natural frequency(고유 진동수), resonant frequency(공진 주파수), mass estimation(질량 추정)

### Nomenclature

- $m_1$  : mass of tractor, kg
- $m_2$  : mass of trailer, kg
- $m_3$  : mass of unsprung mass, kg
- $k_1$  : longitudinal suspension stiffness of tractor, N/m
- $k_2$  : longitudinal suspension stiffness of trailer, N/m
- $k_3$  : longitudinal stiffness of hitch, N/m
- $F$  : disturbance input force from road, N
- $\omega_1$  : first natural frequency, rad/s
- $\omega_2$  : second natural frequency, rad/s

### 1. 서론

질량은 차량의 거동에 있어 가장 큰 영향을 끼치는 요인 중 하나이다. 대표적인 예시로, 차량의 질량이 클수록 직진 상황에서 정차할 때까지 더

많은 시간이 드는 현상을 들 수 있다. 또한, 차량의 질량이 작을수록 민첩한 횡방향 거동이 가능하다. 그렇기 때문에 자율주행 기술 개발에 있어서 정확한 질량 정보가 주어지면, 주행 한계를 명확히 알 수 있게 되며, 이를 통해 최적화된 경로와 속도 레퍼런스를 생성할 수 있게 된다. 따라서 자율주행의 성능을 향상시키기 위해서는 정확한 질량 추정이 필수적이다.

일반 차량의 경우, 질량 추정에 관한 연구가 많이 진행되어 있으며, 추정 방법 또한 다양하다.<sup>3),5)</sup> 대표적인 질량 추정 방법에는 2가지가 있다. 첫번째는 구동력 정보를 이용하여 가속시에 종방향 동역학을 사용하는 방법이며<sup>2)</sup>, 두번째는 서스펜션의 수축과 팽창시에 스프링 하부 질량과 상부 질량의 거동을 측정하는 방법이다.<sup>1)</sup>

그러나 굴절버스의 경우 위의 두가지 방법을 사

\* 고건희, E-mail:ghmichael@kaist.ac.kr

용할 수 없다. 첫번째로 종방향 동역학의 경우, 굴절버스 전체 질량을 추정하는 것은 가능하지만, 전량과 후량의 질량을 각각 추정하는 것은 불가능하다. 두번째 방법의 경우, 서스펜션의 종류에 따라 동적인 특성이 다르다는 문제가 있으며, 굴절버스의 경우 에어 서스펜션이 장착되어 있어 스프링 계수가 상수가 아니라는 문제가 있다. 또한, 굴절버스에 장착된 에어 서스펜션은 차량의 높이를 일정하게 하는 위치 제어 알고리즘이 탑재되어 있기 때문에 서스펜션의 동역학을 파악하는 것은 불가능하다. 마지막으로 각 서스펜션 상부와 하부 질량에 위치 센서가 부착되어 있지 않다는 실질적 문제도 있다.

위의 이유들로 인해 기존의 방법으로는 굴절버스의 개별 질량 추정이 불가능하며, 개별 질량 추정을 위해서는 추가적인 정보를 필요로 한다. 그렇기에 본 논문에서는 굴절버스의 종방향 가속도에서 발견한 진동특성을 분석하여 이후 질량 추정을 위해 사용가능한 동역학 모델을 제안하고 실험 결과 및 파라미터 값들을 통해 모델 검증을 하였다.

## 2. 굴절버스 모델 제안 및 진동 특성 분석

아래 그림은 직진 가속상황에서 굴절버스의 전량과 후량의 종방향 가속도를 나타낸 그래프이다. 그래프에서 볼 수 있듯이 전량과 후량에서 모두 상당한 크기의 진동을 관측할 수 있다. 이러한 진동 특성을 표현하기 위해 본 논문에서는 스프링과 점 질량을 사용한 굴절버스 모델을 제안하였으며, 모델에서 나타나는 진동 특성을 분석하였다.

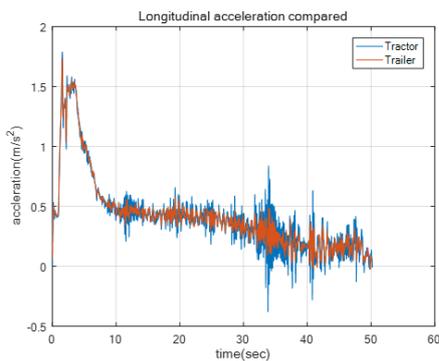


Fig. 1 굴절버스 전량과 후량의 종방향 가속도

## 2.1 굴절버스 모델 제안

굴절버스의 종방향 진동을 일으키는 원인에는 여러가지가 있으며, 그 중 지배적인 원인만을 찾아낼 필요가 있다.<sup>4)</sup> 스프링이 들어간 모든 요인들을 모델에 포함시키게 되면 모델의 복잡성이 증가하게 되며, 직관적인 분석이 불가능해진다. 또한, 추후에 질량 추정을 위해 사용하기에도 어려움이 있다. 그러므로 본 논문에서는 진동을 일으키는 주된 요인만을 반영하여 저자유도의 직관적인 모델을 제안하였다.

진동의 원인은 첫번째로 전량과 후량을 연결하는 굴절부로 인한 진동이 있다. 굴절부는 완전한 강체가 아니며, 유동적인 움직임이 가능하기 때문에 스프링으로서 역할을 한다.

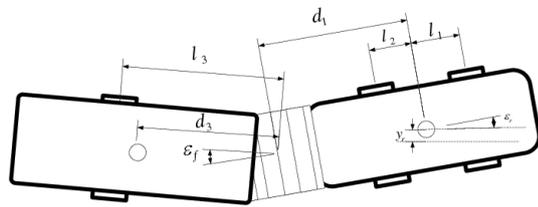


Fig. 2 굴절버스 평면도<sup>6)</sup>

두번째로는 서스펜션으로 인한 진동이 있다. 서스펜션은 주로 수직 방향의 진동을 일으키지만, 종방향으로도 스프링 계수가 있으며, 이로 인해 종방향 진동을 일으킬 수 있다. 본 논문에서는 서스펜션의 수직방향 스프링 계수가 종방향 가속도에 끼치는 영향은 충분히 작다고 가정하였으며, 종방향 스프링 계수가 주된 역할을 한다고 가정하였다.

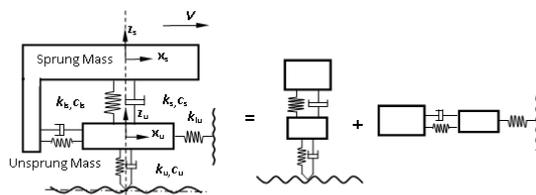


Fig. 3 서스펜션 모델

세번째로는 타이어의 종방향 스프링 계수로 인한 진동이 있을 수 있다. 그러나 타이어의 종방향 스프링 계수는 서스펜션의 종방향 스프링 계수에 비

해 매우 크기 때문에 타이어에 의한 진동은 무시할 수 있다.

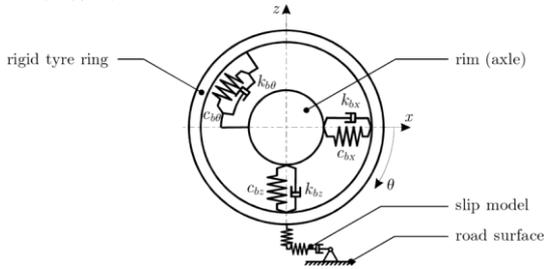


Fig. 4 타이어 모델<sup>7)</sup>

마지막으로, 실험에 사용된 굴절버스는 직렬 하이브리드 구동방식을 채택하고 있었기에 모터에서 구동력을 전달하는 과정에서 구동 축의 회전방향 스프링 계수로 인해 진동이 발생할 수 있다. 그러나 구동 축에서 진동이 발생하는 경우는 차량이 변속을 할 때이므로, 직렬 하이브리드 차량의 경우 변속을 하지 않기 때문에 구동 축에서의 진동은 무시할 수 있다.

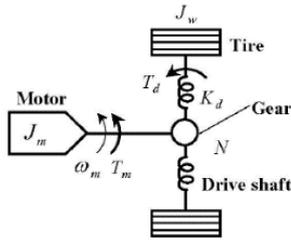


Fig. 5 드라이브라인 모델<sup>8)</sup>

결론적으로, 굴절버스에서 진동을 일으키는 주요 부품은 바로 굴절부와 서스펜션이다. 본 논문에서는 굴절부와 서스펜션의 스프링을 모델링하였으며, 전량과 후량의 질량과 더불어, 서스펜션 하부 질량까지 고려한 모델을 제안하였다.

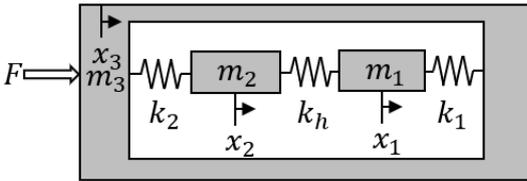


Fig. 6 굴절버스 모델

그림 6은 제안한 굴절버스 모델을 나타낸다.  $m_1$ 은 전량의 질량,  $m_2$ 는 후량의 질량을 뜻하며,  $m_3$ 은 서스펜션 하부의 질량이다. 또한  $k_1$ 과  $k_2$

는 각각 전량과 후량의 서스펜션의 종방향 스프링 계수이며,  $k_h$ 는 굴절부의 스프링 계수이다. 각각의 질량과 스프링 계수는 실험차량의 제원 및 여러 논문을 참고하여 실제 값과 유사하게 설정하였다. 설정한 파라미터 값들은 아래 표1과 같다.

Table 1 모델 파라미터

$m_1$ , kg	11000
$m_2$ , kg	9000
$m_3$ , kg	1000
$k_1$ , N/m	300000
$k_2$ , N/m	970000
$k_h$ , N/m	12000000

굴절버스 모델에서 입력으로 들어가는 힘은 도로에서 들어오는 왜란이며, 그림 6에서 F로 표기하였다.

### 2.2 굴절버스 모델 진동 특성 분석

제안한 굴절버스 모델을 통해 종방향 운동방정식을 아래 식 (1)과 같이 세울 수 있으며, 이를 통해 전량과 후량의 진동 특성을 분석할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_h & -k_h & -k_1 \\ -k_h & k_2 + k_h & -k_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix} \quad (1)$$

위의 식을 통해 입력 힘에 대한 각 질량의 가속도 전달함수를 도출할 수 있으며, 그 식은 아래 식 (2)와 같다. 전달함수의 특성 방정식을 통해 굴절버스 전량과 후량 및 서스펜션 하부 질량 모두 2개의 고유 진동수를 가짐을 확인할 수 있다

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{A_1(s)}{F(s)} = \frac{k_1 m_2 s^2 + k_2 k_h + k_2 k_1 + k_h k_1}{\alpha_1 s^4 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3} \\ H_2(s) &= \frac{A_2(s)}{F(s)} = \frac{k_2 m_1 s^2 + k_2 k_h + k_2 k_1 + k_h k_1}{\alpha_1 s^4 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3} \\ H_3(s) &= \frac{A_3(s)}{F(s)} \\ &= \frac{m_1 m_2 s^4 + ((k_2 + k_h)m_1 + (k_1 + k_h)m_2)s^2 + k_2 k_h + k_2 k_1 + k_h k_1}{\alpha_1 s^4 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= m_1 m_2 m_3 \\ \alpha_2 &= (k_1 + k_2)m_1 m_2 + (k_2 + k_h)m_1 m_3 + (k_1 + k_h)m_2 m_3 \\ \alpha_3 &= (m_1 + m_2 + m_3)(k_1 k_2 + k_1 k_h + k_2 k_h) \end{aligned} \quad (3)$$

이러한 굴절버스 모델의 특징 중 하나는 바로 굴절부에 의한 진동과 서스펜션에 의한 진동이 분리

가능하다는 점이며, 각각 하나의 고유 진동수를 가진다. 이는 파라미터 사이의 크기 상관관계(식 (4))를 통해 유도할 수 있으며 고유 진동수 도출 과정은 식 (5)에 나와있다.

$$\begin{aligned}
 m_3 &\ll m_1 \approx m_2 \\
 k_1 &\approx k_2 \ll k_h
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 &m_1 m_2 m_3 s^4 \\
 &+ ((k_1 + k_2)m_1 m_2 + (k_2 + k_h)m_1 m_3 + (k_1 + k_h)m_2 m_3) s^2 \\
 &+ (m_1 + m_2 + m_3)(k_1 k_2 + k_1 k_h + k_2 k_h) \\
 &\approx m_1 m_2 m_3 s^4 + ((k_1 + k_2)m_1 m_2 + k_h m_1 m_3 + k_h m_2 m_3) s^2 \\
 &+ (m_1 + m_2)(k_1 k_h + k_2 k_h) \\
 &\approx (m_1 m_2 s^2 + (m_1 + m_2)k_h)(m_3 s^2 + k_1 + k_2)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \sqrt{(m_1 + m_2)k_h / m_1 m_2} \\
 \omega_2 &= \sqrt{(k_1 + k_2) / m_3}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

위 식을 통해 첫번째 고유진동수( $\omega_1$ )는 굴절부에 의해서 발생하는 진동임을 알 수 있으며, 두번째 고유진동수( $\omega_2$ )는 서스펜션에 의해 발생함을 확인할 수 있다. 또한, 굴절부에 의해 발생하는 진동은, 전량과 후량이 반대 위상을 가지게 되며, 서스펜션에 의해 발생하는 진동은 전량과 후량이 동일 위상을 가진다.

모델 파라미터를 표 1에 있는 값들을 대입하여 위의 식 (6)을 통해 고유진동수를 구하면, 굴절부에 의한 고유진동수  $\omega_1$ 은 약 6Hz가 나오며 서스펜션에 의한 고유진동수  $\omega_2$ 는 약 8Hz가 나온다.

### 3. 시뮬레이션 결과 및 모델 검증

위에서 제안한 굴절버스 모델을 검증하기 위해 시뮬레이션으로 도출한 종방향 가속도를 실제 실험 데이터와 비교하였으며, 그 결과 고유 진동수의 위치 및 진동의 크기가 상당히 유사함을 확인할 수 있었으며, 전량과 후량의 각 진동수에서의 위상 차이 또한 동일하게 나타났다. 또한, 특정 시간에 대해서는 시간 도메인에서도 유사한 양상을 보임을 확인하였다.

#### 3.1 주파수 도메인 모델 검증

다음은 직진 가속 상황에서 각각 시뮬레이션과 실험에서의 전량과 후량의 종방향 가속도를 FFT한

결과를 비교한 결과이다. 그림 7은 전량의 가속도, 그림 8은 후량의 가속도를 FFT한 결과이며, 그림 9는 전량에서 후량의 가속도를 뺀 값을 FFT한 결과이다. 왼쪽 그래프가 시뮬레이션 결과이며, 오른쪽이 실험 결과이다.

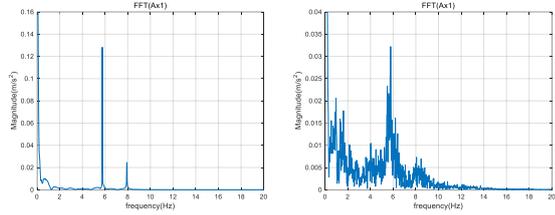


Fig. 7 전량의 종방향 가속도 FFT 비교

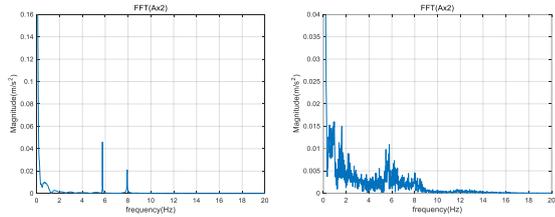


Fig. 8 후량의 종방향 가속도 FFT 비교

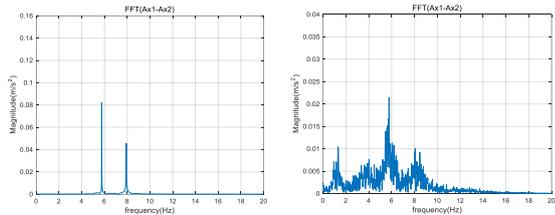


Fig. 9 (전량의 가속도)-(후량의 가속도) FFT 비교

실험결과, 6Hz 와 8Hz 근처에서 고유 진동수를 가짐을 확인할 수 있으며, 이는 시뮬레이션에서도 동일하게 나타난다. 또한, 그림 9에서 전량과 후량의 진동 위상차이를 확인할 수 있다. 6Hz 진동의 경우 전량과 후량이 동일 위상을 가지며, 8Hz 진동의 경우 반대 위상을 가진다. 이는 시뮬레이션에서도 동일하게 나타난다.

#### 3.2 시간 도메인 모델 검증

그림 10은 시간 도메인에서 전량과 후량의 가속도를 나타낸다. 시간 도메인에서도 전량과 후량 모두 6Hz 에서의 진동이 주요하게 나타남을 확인할 수 있다.

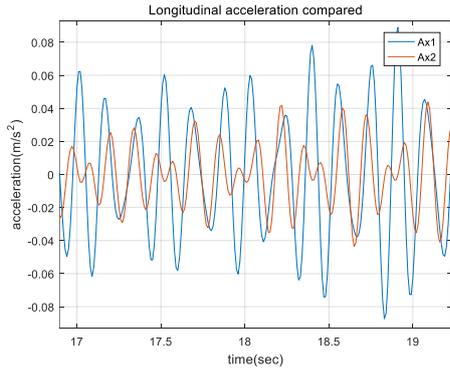


Fig. 10 전량과 후량의 종방향 가속도

그림 11, 12, 13은 각각 3번의 종방향 가속 실험을 통해 관측한 전량과 후량의 종방향 가속도이며, 위의 그림 10과 상당히 유사한 결과를 나타낸다.

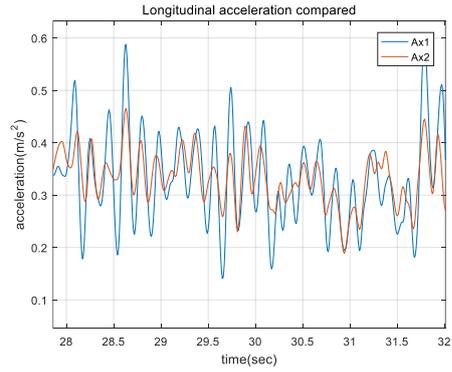


Fig. 13 전량과 후량의 종방향 가속도 - 실험3

세번의 실험결과, 모두 시뮬레이션과 유사한 결과를 나타냄을 확인하였다.

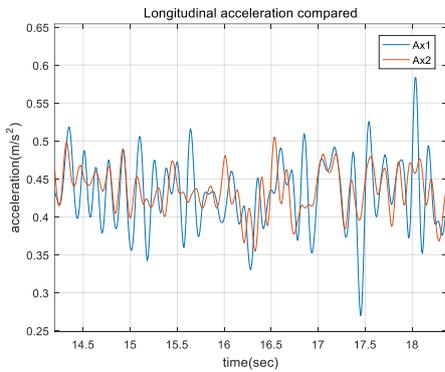


Fig. 11 전량과 후량의 종방향 가속도 - 실험1

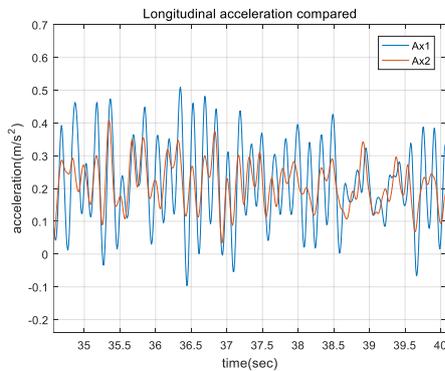


Fig. 12 전량과 후량의 종방향 가속도 - 실험2

#### 4. 결론

굴절버스의 자율주행을 위해서는 전량과 후량의 질량 정보가 필요하며, 버스의 경우 질량이 계속하여 바뀌므로 실시간에 가까운 질량 추정이 필요하다. 기존 연구의 경우 전체 질량만을 추정할 수 있거나, 굴절버스에 장착되어 있지 않은 센서들을 사용하여 그대로 적용하기에는 한계가 있었다. 따라서, 본 논문에서는 굴절버스의 굴절부와 서스펜션에 의해 발생하는 진동을 분석하여 이러한 특성을 나타낼 수 있는 물리적 모델을 제시하였다. 또한, 주파수 도메인과 시간 도메인에서의 시뮬레이션과 실험결과를 비교하여 모델 검증은 하였다. 이후 연구에서는 제안한 모델을 통해 전량과 후량의 질량 추정 알고리즘을 개발할 예정이며, 실험결과를 통해 검증할 예정이다.

#### Acknowledgement

This research was partly supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIP) (No. 2017R1A2B4004116); the BK21+ program through the NRF funded by the Ministry of Education of Korea; and the grant(20TLRP-C152478-02) from Transportation & Logistics Research Program funded by Ministry of Land, Infrastructure and Transport(MOLIT) of Korea government and Korea

Agency for Infrastructure Technology  
Advancement (KAIA).

### References

- 1) PENCE, Benjamin L.; FATHY, Hosam K.;  
STEIN, Jeffrey L. Sprung mass estimation  
for off-road vehicles via base-excitation  
suspension dynamics and recursive least  
squares. In: 2009 American Control  
Conference. IEEE, 2009. p. 5043-5048.
- 2) VAHIDI, Ardalan; STEFANOPOULOU, Anna;  
PENG, Hwei. Recursive least squares with  
forgetting for online estimation of  
vehicle mass and road grade: theory and  
experiments. *Vehicle System Dynamics*,  
2005, 43.1: 31-55.
- 3) FATHY, Hosam K.; KANG, Dongsoo; STEIN,  
Jeffrey L. Online vehicle mass estimation  
using recursive least squares and  
supervisory data extraction. In: 2008  
American control conference. IEEE, 2008.  
p. 1842-1848.
- 4) HAO, Donghao; ZHAO, Changlu; HUANG, Ying.  
A reduced-order model for active  
suppression control of vehicle  
longitudinal low-frequency vibration.  
*Shock and Vibration*, 2018, 2018.
- 5) GHOSH, Jyotishman; FOULARD, Stéphane;  
FIETZEK, Rafael. Vehicle mass estimation  
from CAN data and drivetrain torque  
observer. *SAE Technical Paper*, 2017.
- 6) BU, Fanping; TAN, Han-Shue; HUANG, Jihua.  
Lateral control of an articulated bus for  
lane guidance and curbside precision  
docking. In: *Proceedings of the 2010  
American Control Conference*. IEEE, 2010.  
p. 3854-3859.
- 7) SIVARAMAKRISHNAN, Srikanth. Discrete tire  
modeling for anti-lock braking system  
simulations. *MS Thesis*, 2013.
- 8) KARIKOMI, Takaaki, et al. Development of  
the shaking vibration control for  
electric vehicles. In: 2006 SICE-ICASE  
International Joint Conference. IEEE,  
2006. p. 2434-2439.